Agosto 2009

Lenguaje Algebraico

Ing. Gerardo Sarmiento

1.1.2 DEFINICION DE ALGEBRA

Álgebra, rama de las matemáticas en la que se usan letras para representar relaciones aritméticas. Al igual que en la aritmética, las operaciones fundamentales del álgebra son adición, sustracción, multiplicación, división y cálculo de raíces. La aritmética, sin embargo, no es capaz de generalizar las relaciones matemáticas, como el teorema de Pitágoras, que dice que en un triángulo rectángulo el área del cuadrado de lado la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados de lado los catetos. La aritmética sólo da casos particulares de esta relación (por ejemplo, 3, 4 y 5, ya que 32 + 42 = 52). El álgebra, por el contrario, puede dar una generalización que cumple las condiciones del teorema: $a2 + b2 = c2$. Un número multiplicado por sí mismo se denomina *cuadrado,* y se representa con el superíndice 2. Por ejemplo, la notación de 3×3 es 32; de la misma manera, $a \times a$ es igual que $a2$.

El álgebra clásica, que se ocupa de resolver ecuaciones, utiliza símbolos en vez de números específicos y operaciones aritméticas para determinar cómo usar dichos símbolos. El álgebra moderna ha evolucionado desde el álgebra clásica al poner más atención en las estructuras matemáticas. Los matemáticos

1.1.2 Símbolos y Lenguaje

Entre los símbolos algebraicos se encuentran números, letras y signos que representan las diversas operaciones aritméticas. Los números son, por supuesto, constantes, pero las letras pueden representar tanto constantes como variables. Las primeras letras del alfabeto se usan para representar constantes y las últimas para variables.

Operaciones y agrupación de símbolos

La agrupación de los símbolos algebraicos y la secuencia de las operaciones aritméticas se basa en los símbolos de agrupación, que garantizan la claridad de lectura del lenguaje algebraico. Entre los símbolos de agrupación se encuentran los paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves { } y rayas horizontales —también llamadas vínculos— que suelen usarse para representar la división y las raíces, como en el siguiente ejemplo:

$$\frac{ax+b}{c-dy} \qquad \sqrt{b^2-4ac}$$

continued on page four

Prioridad de las operaciones

Primero se hacen las multiplicaciones, después las divisiones, seguidas de las sumas y las restas. Los símbolos de agrupación indican el orden en que se han de realizar las operaciones: se hacen primero todas las operaciones dentro de un mismo grupo, comenzando por el más interno. Por ejemplo:

1.1.3 LENGUAJE COMUN EXPRESADO EN LENGUAJE ALGEBRAICO

Los enunciados de un problemas de planteo conllevan un lenguaje simbólico entregado por la Lógica y Matemática, este lenguaje nos permite plantear y resolver los problemas siguiendo los pasos que nos permite el Algebra en la resolución de ecuaciones o sistemas de ecuaciones simultáneas.

Algunos expresiones más comunes son:

Un número aumentado en n unidades : x + n

El doble de un número : 2x

El triple de un número disminuido en k unidades : 3x – k

El doble de un número aumentado en 5 : 2x + 5

La tercera parte de un número : $\frac{x}{3}$

La cuarta parte de un número aumentado en p : $\frac{x}{4}+p$

La quinta parte de diferencia entre un número y 8 : $\frac{x-8}{5}$

El doble de la suma entre un número y 7 : $2(x+7)$

Un número multiplicado por si mismo : x^2

Un número aumentado en 7 y multiplicado por el mismo número disminuido en 6 : $(x+7)(x-6)$

La diferencia de dos números es 6 : $(x-y)=6$

La suma de 2 números es 15 : $(x+y)=15$

Un número excede en 10 unidades a otro : $x-10=y$

Tres números consecutivos : $(x-1);x;(x+1)$

Tres números pares consecutivos : $(2x-2);2x;(2x+2)$

Tres números impares consecutivos : $(2x-3);(2x-1);(2x+3)$

El recíproco de un número : $\frac{1}{x}$

La suma de tres números consecutivos al cuadrado : $(x-1)^2+x^2+(x+1)^2$

Un número de dos cifras : 10x + y

Un número de tres cifras : 100x +10y + z

El sucesor de un número : x+1

El antecesor de un número : x-1

El numerador de una fracción se aumenta en 3 y el denominador de disminuye en 5 : $\frac{x+3}{x-5}$

1.1.4 Principales elementos del álgebra

Para identificar los elementos del Algebra es necesario que siempre sepas qué significa cada una de las siguientes palabras:

NÚMERO: Todos los números que conoces forman parte del Algebra: el cero, los positivos y los negativos, sean enteros, fraccionarios, raíces, o decimales.
Ej: 1; 2,45; -7/5; 3,1416, 5 , 2/3, 75, -17, 0, -2, ... etc.

LETRA: Todas las letras del alfabeto español y también del griego se pueden usar para representar números desconocidos dentro de las expresiones Algebraicas. Generalmente se usan letras minúsculas: a, b, m, n, x, y, ☐☐☐☐☐.

OPERACIONES ALGEBRAICAS: Suma, Resta, Multiplicación, División, Elevación a Potencias y Extracción de Raíces. La multiplicación generalmente va sin signo cuando no hay lugar a equivocación. Entre números se puede indicar con ☐ ó con un punto entre ellos: 7☐ 8 es lo mismo que 7·8; 7a es lo mismo que 7·a, ... Cuando un número o letra tiene el signo - y se va a multiplicar, es necesario escribirlo entre paréntesis para que no se confunda con una resta.
Ej: 2(-a) = 2☐(-a); 4a·(-5) = 4(-5)a = -20^a

EXPRESIÓN ALGEBRAICA: Una expresión algebraica es cualquier secuencia de números y letras, que pueden tener exponentes o raíces, ligados entre sí mediante signos de operaciones algebraicas. Un solo número o letra puede ser también una expresión algebraica.
ejemplos : 23a, 4v-2c+5y, $4x_3$-1, x, 5_3x_2, 2a + v - t(-7) + 45y - 157p

TÉRMINO: Es una expresión algebraica que no contiene internamente operaciones de suma o resta.
Los términos de una expresión algebraica son las partes que están separadas por los signos de suma (+), o resta (-).
Los ejemplos anteriores son expresiones algebraicas que tienen respectivamente
1,3,2,1,1 y 5 términos.
No hay que confundir el signo menos de un número negativo que va multiplicado por otro, por lo cual se pone dentro de un paréntesis, con la resta de un término.
Por ejemplo: En 7·(-5)·4b hay un solo término, y en: 7 - 5·4b hay dos términos

COEFICIENTE: El coeficiente de un término algebraico es el número que multiplica a la parte literal. Este número debe calcularse haciendo las operaciones indicadas cuando aparecen varios números y se escribe siempre antes de las letras del término. Si no aparece ningún número el coeficiente es 1 o -1, según el signo: Ejemplos:
$xy_2\, z_3$: 1 es el coeficiente; - a m t : -1 es el coeficiente
3a6b = 18ab: 18 es el coeficiente;
$x4(-3)y_4 = -12xy_4$ -12 es el coeficiente del término.
2ab/7 = (2/7)ab: 2/7 es el coeficiente.
$3 \cdot yz5_2a = 3 \cdot 5_2ayz$ = 3·25 ayz = 75 ayz. 75 es el coeficiente.

EXPONENTE: Es un número pequeño colocado a la derecha y arriba de un número o de una letra y que indica que se eleva a una potencia, cuando ésta es mayor que 1. Si la letra no tiene exponente, significa que su potencia es 1 y para las operaciones se debe tener esto en cuenta, contando como si tuviera exponente igual a 1

En el segundo ejemplo del párrafo anterior, 4 es el exponente de y. En el último 2 es el exponente de 5. La potencia de y en el último ejemplo es 1, por eso no tiene exponente.

PARTE LITERAL: La parte literal de un término algebraico es la parte formada por productos o divisiones de letras que pueden tener o no tener exponentes. Las letras se ordenan alfabéticamente dentro de cada término: Ejemplos:
En $3 \cdot x(-4)m^3n^2 = -12m^3n^2x$ -12 es el coeficiente, y m^3n^2x es la parte literal.

En $\frac{5X^4+Y^2}{3M^2}$: 5/3 es el coeficiente y $x^4 Y^2 / M^2$ es la parte literal.

GRADO DE UN TÉRMINO. El grado de un término es la suma de las potencias de las letras que aparezcan multiplicadas entre sí en el numerador menos la suma de las que aparecen multiplicadas entre sí en el denominador. Si no hay denominador, es solamente la suma de las potencias de las letras.

En: $18ab + 12xy^4 - \frac{5X^4+Y^2}{3M^2}$: El grado del primer término es 2, el del segundo término es 5 y el del tercer término es 3.

MONOMIO: Es una expresión algebraica que tiene solamente un término:
Ejemplos: a, 3x, $-54mn^2$, $\frac{5X^4+Y^2}{3M^2}$, son monomios.

POLINOMIO: Expresión algebraica que tiene más de un término.
Ejemplo: $7x^3 - 4x^2 + 5x - 12$ Es un polinomio de cuatro términos
Los polinomios que aparecen con más frecuencia en el Algebra Elemental son:

BINOMIO: Expresión algebraica de dos términos. Ejemplos:
$a+b$; $2xy - 7x^2y^3$;
$\frac{5X^4+Y^2}{3M^2}+1$

TRINOMIO: Expresión algebraica de tres términos.
Ejemplos: $5x^2 - 4x + 7$; $a+b-c$

Ejercicios

1.1.2 | Símbolos y lenguajes

- Observa el automóvil que aparece en la figura 1.1 haciendo alto. Lo hace obedeciendo una señal que indica que en ese momento no puede avanzar.

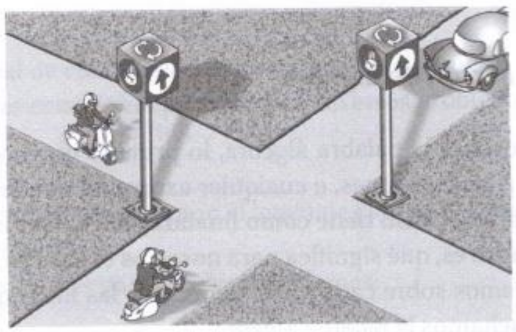


Figura 1.1

- Busca tres señales de tránsito más; dibújalas y escribe su significado en tu cuaderno. ¿Consideras que los señalamientos anteriores representan en cierto modo un lenguaje? ¿Por qué?

- En la figura 1.2 dos personas se están comunicando y para ello utilizan un lenguaje, el cual deben dominar para poder entenderse.

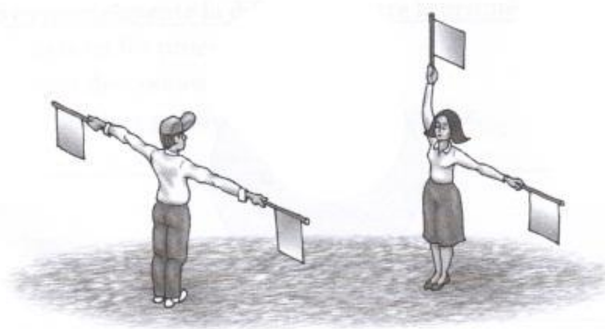


Figura 1.2

- Los pueblos antiguos no conocían la simbología que actualmente utilizamos para comunicarnos, no conocían la escritura tal y como nosotros la utilizamos ahora. Sin embargo, crearon su propio lenguaje para comunicarse (véase la figura 1.3).

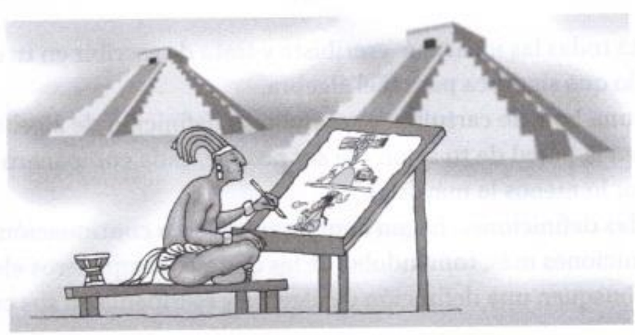


Figura 1.3

A continuación encontrarás tres interpretaciones más.

a) Si al precio de un cuaderno de ***x*** pesos le sumamos el de un lápiz de 3 pesos, hay que pagar por ellos 10 pesos.

b) La edad de Luis y la de su hermana de 3 años suman 10 años.

c) Si compro una torta que cuesta ***x*** pesos y un refresco de 3 pesos, pago 10 pesos por los dos.

Veamos unos ejemplos más.

Observa el rectángulo de la figura 1.5 y las medidas de sus lados

Es común en el álgebra utilizar una letra para representar un dato desconocido de un problema. A esta letra se le llama ***incógnita.*** Luego los demás datos se comparan con ella estableciendo una relación y a partir de ésta se determina el valor de la incógnita.

En el ejemplo de la figura 1.5 consideramos como incógnita al ancho y le asignamos la letra ***x.***

Según el dibujo, la comparación del largo con el ancho conduce a que

X+6

Fig. 1.5

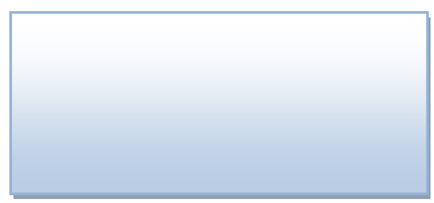
El ancho mide x

El largo x+6

La expresión ***x + 6*** indica que "el largo mide 6 unidades más que el ancho" o "que si al ancho le sumamos 6, tenemos la medida del largo".

Propón otro problema teniendo como incógnita el largo, y expresa el ancho en términos de la incógnita (figura 1.6).

¿Cómo representarías el ancho de manera que se conserve la relación de que el largo mide 6 unidades más que el ancho?



X

Fig. 1.6

EJEMPLO 2

Observa las longitudes de los segmentos de línea recta de la figura 1.7 y compáralas.

En este caso la incógnita es la longitud del segmento más corto. Así pues, el segmento rectilíneo más corto mide **x** y el más largo, **2x.**

A --B

2x

C -------------------------D

X

Fig. 1.7

Escribe la relación que encuentres entre los dos segmentos. ¿Cómo es el primero aspecto del segundo? ¿Cómo es el segundo respecto del primero? igual manera que en el ejemplo 1, ¿qué sucede si ahora al segmento mayor le ¿dignamos la incógnita x sin cambiar la relación de que éste es el doble del menor figura 1.8)?

A --B

x

C -------------------------D

Fig. 1.8

Ahora la incógnita es la longitud del segmento más grande, y la representación de la longitud del segmento más chico se expresa en términos del más grande (la relación de las longitudes no cambia).

¿Cómo representarías la longitud ***del*** segmento menor?

EJEMPLO 3

Ahora considera los siguientes datos acerca de las edades de Luis y su hermano.

Luis tiene 10 años.

Su hermano Pedro tiene 5 años.

Escribe cuatro relaciones que puedas establecer entre ambas edades (puede hacer más). Comienza tus respuestas con las siguientes frases:

- Que Luis tiene...
- Que Luis es...
- Que Pedro tiene...
- Que Pedro es...

Con estos datos, encuentra una manera de utilizar el álgebra para representar la relación entre las edades de Luis y Pedro. Parte del siguiente modelo.

EJERCICIOS SIMBOLOS Y LENGUAJE

Los lados de un triángulo equilátero suman 24 cm.

- **A.** ¿Cómo son entre sí los lados de un triángulo equilátero?
- **B.** ¿Se les debe asignar diferentes incógnitas a los tres lados?
- **C.** ¿Por qué? Si se tratara de un triángulo escaleno, ¿cómo representarías sus lados
- **D.** ¿Cómo representas el problema si el triángulo es equilátero?

El perímetro de un rectángulo es de 60 cm y el largo mide el doble que el ancho. Representa algebraicamente el perímetro del rectángulo de dos maneras diferentes.

Representa algebraicamente las siguientes situaciones.

- ***A.*** 10 naranjas cuestan $12.00.
- ***B.*** Por cuatro cuadernos pagué $ 50.00.
- *C.* Por 5 refrescos y 3 tortas pagué $49.00

Para hacer un vestido se necesita tres veces más tela que para hacer una blusa.

- **A.** ¿Cuál cantidad de tela conviene tomar como incógnita, la del vestido o la de la blusa? ¿Por qué?
- **B.** Representa algebraicamente la relación que se plantea en este problema de las dos prendas.

C. Si escogieras la cantidad de tela de la otra prenda como incógnita, ¿cómo representarías algebraicamente este problema?

El largo de una cancha de fútbol es el triple del largo de una cancha de basquetbol.

- **A.** ¿Qué conviene tomar como incógnita?
- **B.** Representa algebraicamente la relación entre las dos canchas.
- C. Escoge ahora el largo de la otra cancha como incógnita para representar algebraicamente la relación entre las dos canchas.

Una cancha de voleibol mide el doble de largo que de ancho.

- **A.** ¿Cuál dimensión conviene considerar como incógnita?
- **B.** ¿Cómo representas el largo?
- C. ¿Cómo representas el ancho?

Un equipo ganó el doble de los juegos que perdió.

- **A.** ¿A qué grupo de juegos conviene asignar la incógnita?
- B. ¿Cómo representas los juegos ganados y los perdidos?

En un grupo hay 34 hombres más que la cantidad de mujeres. Asigna la incógnita y representa algebraicamente el número de hombres y el número de mujeres.

Luis gana $300.00 más que Juan.

A. Considerando lo que gana Juan como incógnita, representa algebraicamente el sueldo de Luis y el de Juan.
B. Ahora considera el sueldo de Luis como incógnita para representar algebraicamente ambos sueldos.

El peso de A es 5 kg más que el doble del peso de B. Asigna la incógnita y representa algebraicamente el peso de A y el peso de B.

El largo de un rectángulo es el doble del ancho más 5. Asigna la incógnita y representa algebraicamente el largo y el ancho.

La velocidad de un avión es el cuádruplo de la de un automóvil más 100. Asigna la incógnita y representa algebraicamente la velocidad del automóvil y del avión.

El boleto de entrada al cine de un adulto cuesta el doble del de un niño. Asigna la incógnita y representa algebraicamente el precio del boleto de un adulto y el de un niño.

EJEMPLOS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Aritméticamente la expresión "Dos números suman 15" puede expresarse de muchas maneras:

7 + 8 = 15
9 + 6 = 15
10 + 5 = 15
-4 + 19 = 15,
Etcétera.

Si hacemos uso del álgebra, podemos representarla como:

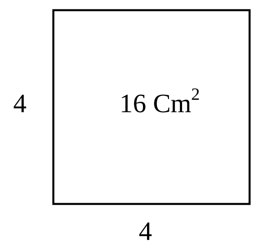
$$a + b = 15$$

$$x+y=15,$$

Y así, la letra a y la letra *b,* la *x* y la *y,* o cualesquier otras que se decida utilizar, pueden tomar distintos valores cuya suma sea 15.

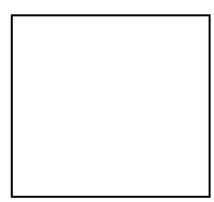
Para obtener el área de una figura cuadrada de 4 cm por lado se hace lo siguiente (figura 1.9):

$$4 \times 4 = 4^2 = 16.$$



Para obtener la de un cuadrado de 6 cm por lado (figura 1.10):

$$6 \times 6 = 6^2 = 36$$



Si continuamos determinando el área de otros cuadrados, veremos que en todos los casos se hace lo mismo: multiplicar lado por lado o elevar el lado al cuadrado. Aritméticamente ya vimos cómo se escribe cada caso, pero si nos auxiliamos del álgebra lo podemos generalizar así:

$$A = (e)(e) = e^2.$$

Si queremos encontrar una forma general para todos los rectángulos, diremos que el área de un rectángulo se determina multiplicando la medida de su base *(b)* por la medida de su altura *(h):*

$$A = bh.$$

Actividades de aprendizaje

Expresa algebraicamente los siguientes enunciados (elige las literales que gustes como incógnitas).

1. Dos números cualesquiera suman 12.
2. La diferencia entre dos números cualesquiera es 8.
3. El producto de dos números cualesquiera es 76.
4. La mitad de la suma de dos números cualesquiera es 34.
5.
   A. La edad de Pedro.
   B. La edad de Pedro hace 5 años.
   C. La edad de Pedro dentro de 4 años.
   D. La mitad de la edad de Pedro.
   E. El doble de la edad de Pedro.
   F. El triple de la edad de Pedro.
   G. La edad de Juan.
   H. Pedro tiene 3 años más que Juan.
6. Un número cualquiera.
7. La mitad de un número cualquiera.
8. El doble de un número cualquiera.
9. El triple de un número cualquiera.
10.
   A. Dos números cualesquiera.
   B. La suma de esos números cualesquiera.
   C. La mitad de la suma de esos dos números cualesquiera.
11. Una torta vale el doble que un refresco.
12. La velocidad de un avión es 4 veces la velocidad de un automóvil.
13.
   A. El triple de un número cualquiera.
   B. El triple de un número cualquiera menos el doble de otro.
14.
   A. La diferencia de dos números cualesquiera.
   B. La mitad de la diferencia de dos números cualesquiera.
15. La suma de tres números diferentes.
16. Dos números cualesquiera suman 45.
17. El producto de dos números cualesquiera es 65.
18. El diámetro del planeta Urano es 10 veces el de Mercurio.
19. Cuatro números diferentes suman 250.
20. Un número más la mitad de otro suman 68.

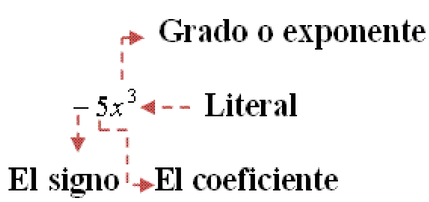
La edad media abarca del siglo V hasta el siglo XV, y es cuando hace su aparición una nueva civilización "Los Árabes" cuya importancia para la ciencia y el conocimiento es definitiva con aportaciones propias como la creación algebraica.

ÁLGEBRA: Parte de las matemáticas que estudia el calculo de las cantidades representándolas con letras. El algebra se manejan dos tipos de cantidades: CONSTANTES Y VARIABLES.

Ejemplo:

En y =3x +10
Variables: x, y
Constantes: 3,10

Termino: Es una expresión algebraica que consta de 4 elementos; el signo, el coeficiente y el exponente



Coeficiente
En el producto de dos factores cualquiera de los factores es llamado coeficiente del otro factor.
Así, el producto 3a el factor 3 es coeficiente del factor a e indica que el factor a se toma como sumando tres veces. 3A *=a+a+a* Por lo tanto es un *coeficiente numerico* en el producto *ab*, el factor *a* es coeficiente del factor *b*, e indica que el factor *b* se toma como sumando, a veces, este es el coeficiente literal.

EJEMPLO
5m = m + m + m + m + m. El coeficiente 5 indica que la potencia *m* se repite cinco veces como sumando.

$3x^2 = x^2 + x^1 + x^2$. El coeficiente 3 indica que la potencia x^2 se repite tres veces como sumando.

Exponente
Indica las veces que la base de la potencia se repite como factor.

$X^3 = xxx$. El exponente 3 indica que la base *x* se repite tres veces como factor.

$m^5 = mmmmm$. El exponente 5 indica que la base *m* se repite cinco veces como factor.

Así, una expresión algebraica está compuesta por literales y números.

En una expresión algebraica encontramos los siguientes elementos: coeficiente/potencia. *La potencia a su vez está formada por base* /exponente

Una expresión algebraica puede tener uno o varios términos. *Término*
Se llama ***término*** a una expresión algebraica que no está dividida por algún signo de más (+) o un signo de menos (—).
Podemos encontrar expresiones de un solo término, de dos términos, de tres términos, etc. En la siguiente tabla se presenta la clasificación de expresiones algebraicas según el número de términos que la forman

EXPRESIÓN	NÚMERO DE TÉRMINOS	EJEMPLOS
Monomio	Tiene un solo término (no hay signos de + ni de-)	$m, \frac{ab}{c}, 5x^3y^2$
Binomio	Tiene dos términos	$m+n, 3x+2y, 4x^2+7y, \frac{4m-7n}{2}$
Trinomio	Tiene tres términos	$a+b+c, 9k+3b-5h, \frac{2g}{4}+\frac{7w^2}{3}+6m$
Polinomio	Cualquier expresión algebraica con dos o más términos	$a+b+c-d, 2x+3y, \frac{a+b-c+e}{8}$

NOTACION ALGEBRAICA

En un término podemos encontrar literales y números. Generalmente, las literales se llaman variables o incógnitas y los números se llaman constantes. Las letras para representar las variables son arbitrarias; esto es, se escogen según el criterio de quien las usa, aunque generalmente se escogen las últimas letras del alfabeto.

Constante
Es una literal o un símbolo que representa una cantidad numérica definida.

Variable
Es un símbolo que puede ser sustituido por cualquiera de los elementos de un conjunto dado.

Incógnita
Es una cantidad desconocida cuyo valor se puede determinar mediante su relación con los datos (los valores que se dan en un problema).

Tabla 1.2 Identificación de variables y constantes en operaciones algebraicas

EXPRESIÓN ALGEBRAICA	VARIABLES	CONSTANTES
5x	*X*	5
$4\pi^3/3$	*r*	4, π, 3
$5x+3y^2-4w$	*x,y, w*	5,3,2,4

Con frecuencia tenemos necesidad de encontrar el valor de una expresión algebraica sustituyendo las variables por sus valores, por lo que es importante recordar el orden para resolver operaciones aritméticas:
Primero debemos resolver todo lo que esté dentro de signos de agrupación.
Resolver todas las expresiones que tengan exponente.
Hacer todas las multiplicaciones y divisiones.
Hacer todas las sumas y restas.

EJEMPLO

Si tenemos la expresión 3x = 12, el valor de la incógnita *x* para el cual se cumple la igualdad es 4, pues 3 por 4 es igual a 12.

En la expresión 7 + *x* = 15, el valor de la incógnita *x* para el cual se cumple la igualdad es 8, pues 7 + 8 es igual a 15.

Determina el valor numérico de la expresión algebraica *5m,* si a la variable *m* se le da el valor de 6.

$$5m = 5(6) = 30.$$

Se sustituye la *m* por su valor 6 y se hace la operación.

Halla el valor numérico de la expresión

Determina el valor de las siguientes expresiones algebraicas sustituyendo los valores de las variables como en los ejemplos anteriores.
El termómetro marca una temperatura de 98° Fahrenheit. ¿A cuántos grados centígrados equivale?

(°F-32)x5

Forma verbal	Forma escrita	Forma verbal	Forma escrita
Suma	+	El triple de un número	$3x$
Diferencia	-	El cuádruplo de un número	$4x$
Producto	( ) ( ), . . , ab	El quíntuplo de un número	$5x$
Cociente	/, ÷	El doble de la suma de dos números	$2(a+b)$
Raíz cuadrada	$\sqrt{\ }$	El triple de la diferencia de dos números	$3(x-y)$
Potencia	$(\ )^n$ dónde n , es cualquier número	La mitad de un número	$X/2$
Un número cualquiera	X	La mitad de la diferencia de dos números	$\frac{x-4}{2}$
La suma de dos números	$A + b$	La cuarta parte de un número	$X/4$
La resta o diferencia de dos números	$X - y$	El cuadrado de un número	X^2
El producto de dos números	Ab	El cuadrado de la suma de dos números	$(x + 4)^2$
El cociente de dos números	X/y	El triple del cuadrado de la suma de dos números.	$3(x+4)^2$
La raíz cuadrada de un número	$\sqrt{x}$	La suma de 3 números	$A+b+c$
El cociente de la suma de dos números, sobre la diferencia	$\frac{a+b}{a-b}$	La semi suma de dos números.	$\frac{a+b}{2}$
El doble de un número	$2x$	El cubo de la semi diferencia de dos números	$\left(\frac{x-y}{2}\right)^3$

EJERCICIOS NOTACIÓN ALGEBRAICA

EJERCICIOS NOTACION ALGEBRAICA

1. Escriba la suma de a, b y m

2. Escriba la suma del cuadrado de *m* el cubo de *b* y la cuarta potencia de *x*

3. Siendo un número entero, escriba los 2 números enteros consecutivos posteriores a *a*

4. Siendo x un número entero escríbanse los 2 números consecutivo anteriores a *x*

5. Siendo y un número entero par, escríbanse los tres números pares consecutivos posteriores a *y*

6. Pedro tenia $*a*, cobró $*x* y le regalaron $*m*, ¿Cuánto tiene Pedro?

7. Escríbase la diferencia entre *m* y *n*

8. Debía *x* pesos y pague 6 cuanto debo ahora

9. De una jornada de *x* Km ya se han recorrido *m* Km ¿Cuánto falta por andar?

10. Recibo $*x* y después $*a* si gasto $*m* ¿Cuánto me queda?

11. Tengo que recorrer *m* Km. El lunes ando a Km, el martes *b* Km, y el miércoles *c* Km ¿Cuánto me falta por andar?

12. Al vender una casa en $*n* gano $300. ¿Cuánto me costó la casa?

13. Se han transcurrido x días del año ¿Cuántos días faltan por transcurrir?

14. Si un sombrero cuesta $*a* ¿Cuánto costaran 8 sombreros, 15 sombreros y *m* sobreros?

15. Escriba la suma del duplo de *a* con el triplo de *b* y la mitad de *c*

16. Expresa la superficie de una sala rectangular de 23 m, de largo mide *n* mts, y *b* mts de ancho

17. Una extensión rectangular de 23 mts de largo, y *n* mts de ancho, expresar su superficie

18. ¿Cuál será la superficie de un cuadrado de *x* mts de lado?

19. Si un sombrero cuesta $*a* y un traje $*b* ¿Cuánto costarán 3 sombreros y 6 trajes? ¿*x* sombreros y *m* trajes?.

20. Escríbase el producto de *a+b* por *x+y*

21. Vendo (*x+6*) trajes a $8 cada uno ¿Cuánto es el total de la venta?

22. Compro (*a-8*) caballos a (*x+4*) pesos cada uno ¿cuánto es el total de la compra?

23. Si *x* lápices cuestan 75 ¿Cuánto cuesta un lápiz?

24. Si por $*a* compro *m* kilos de azúcar, ¿Cuánto cuesta 1 kg.?

25. Si compran *(n-1)* caballos a $3000 ¿Cuánto cuesta cada caballo?

26. Compre a sombreros por *x* pesos ¿a como habría salido cada sombrero si hubiera comprado 3 menos por el mismo precio?

27. La superficie de un campo rectangular es *m* m^2 y el largo mide 14 mts, expresar el ancho

28. Si un tren ha recorrido *x+1* Km. En a horas ¿Cuál es su velocidad por hora?

DEFINICIÓN DE MONOMIO

Un **monomio** es una expresión algebraica en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones. Las únicas operaciones que aparecen entre las letras son el producto y la potencia de exponente natural

Elementos de un monomio

Un monomio posee una serie de elementos con denominación propia.

Dado el monomio $5x^3$, se distinguen los siguientes elementos:

- coeficiente: 5
- *parte literal*: x^3

El coeficiente de un monomio es el número que aparece multiplicando a la *parte literal*. Normalmente se coloca al principio. Si tiene valor 1 no se escribe, y nunca puede ser *cero* ya que la expresión completa tendría valor cero.

a. Si un monomio carece de coeficiente, este equivale a uno.
b. Si algún término carece de exponente, este es igual a uno.
c. Si alguna *parte literal* no está presente, pero se requiere, entonces se considera con exponente cero, ya que: $\forall x \in \mathbf{R} : x^0 = 1$

Dada una variable x, un número natural a y un número real α la expresión $\alpha \cdot x^a = \alpha x^a$ es un monomio.

Si tenemos varias variables: $x_1, \dots, x_n$, el número real α y los

$\alpha \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \ldots \cdot x_n^{a_n} = \alpha x_1^{a_1}$

también es un monomio.

Grado de un monomio

El grado de un monomio es igual a la suma de los exponentes de las variables que lo componen.

Ejemplos:

$5x^2y$ tiene grado 3 pues equivale a la expresión: $5 \cdot x^2 \cdot y^1$ y la suma de los exponentes es 2 + 1 = 3

x tiene grado 1 pues equivale a $1x^1$ y respecto de $x_1 y_0$ la expresión: $1x^1y^0$

$3y^2$ Tiene grado 2 y equivale respecto de x, y a la expresión: $1x^03y^2$

En matemática se considera que el número cero es un monomio de grado "menos infinito" con el fin de que se respete la regla de que el grado del producto de los monomios es igual a la suma de los grados de los factores.

Monomios semejantes

Se llaman semejantes a los monomios que tienen la misma parte literal.

Ejemplo

Son semejantes los monomios:

- $5x^2y$
- $-7x^2y$
- x^2y

Pues la parte literal de todos ellos es: x^2y

coeficiente $\leftarrow \boxed{3}\ \boxed{x} \rightarrow$ Parte literal

coeficiente $\leftarrow \boxed{-5}\ \boxed{x^2} \rightarrow$ Parte literal

coeficiente $\leftarrow \boxed{\frac{3}{2}}\ \boxed{x^3} \rightarrow$ Parte literal

coeficiente $\leftarrow \boxed{\sqrt{3}}\ \boxed{x^2y} \rightarrow$ Parte literal

Suma de Monomios

Para sumar monomios es necesario que sean términos semejantes; es decir que tengan la misma parte literal y los mismos exponentes.

La suma de monomios la debes efectuar sumando los coeficientes dejando la misma parte literal con sus exponentes, por ejemplo:

1. $a + a = 2a$

2. $(3a^2 b)+(5a^2 b)+(2a^2 b)=$

sumamos los coeficientes

$(3 + 5 + 2) = 10$

se escriben las literales con sus exponentes.

$10 a^2 b$

al resultado se le da el signo de los sumandos

$10 a^2 b$

3. $(-a^3 b^2)+(-7a^3 b^2)+(-3a^3 b^2)=-(+1+7+3) a^3b^2$
$=-11a^3b^2$

Para sumar los monomios semejantes de signos diferentes se hace los siguiente:

a) Se suman separadamente los monomios positivos y negativos.

$(2 a^2) + (-7 a^2) + (-3 a^2) + (5 a^2)= (2+5) a^2 – (7+3)a^2 = 7 a^2 – 10 a^2$

b) Se resta el valor absoluto de los coeficientes y se escriben las literales con sus exponentes.

$7 a^2 – 10 a^2 = - 3 a^2$

c) Se le da el signo del monomio de mayor valor absoluto.

Ejemplos:

1. $(-8a^3bc^3) + (15c^3bc^3)= (15–8) a^3bc^3 = 7a^3bc^3$

2. $(-3a^2 b) + (5a^2 b) + (7a^2 b) + (-2a^2 b)= (5+7)a^2 b – (3+2) a^2 b = 12a^2 b – 5 a^2 b$
$=7 a^2 b$

A continuación te proponemos ejercicios para comprobar tu conocimiento acerca de la suma de monomios.

1.- $5 x y + 9 x y + (-5 x y)=$

2.- $2 x^2 y + 7x^2 y + (-3x^2 y) + 7x^2 y =$

3.- $(-32 a^3 b^3) + 17a^3 b^3 + 15a^3b^3 =$

4.- $3 a^2b^2 + 6 a^2b^2 + (-7 a^2b^2) + (-5 a^2b^2)=$

5.- $15 a^2 b^3 + (-8 a^2 b^3) + (-3 a^2 b^3)=$

Solución:

1. *9xy*
2. *13x2y*
3. *0*
4. *–3a2b2*
5. *4a2b3*

Suma de Monomios

Para sumar monomios es necesario que sean términos semejantes; es decir que tengan la misma parte literal y los mismos exponentes.

La suma de monomios la debes efectuar sumando los coeficientes dejando la misma parte literal con sus exponentes, por ejemplo:

1. $a + a = 2a$

2. $(3a^2\ b)+(5a^2\ b)+(2a^2\ b)=$

sumamos los coeficientes

$(3 + 5 + 2) = 10$

se escriben las literales con sus exponentes.

$10\ a^2\ b$

al resultado se le da el signo de los sumandos

$10\ a^2\ b$

3. $(-a^3\ b^2)+(-7a^3\ b^2)+(-3a^3\ b^2)=-(+1+7+3)\ a^3b^2$
$=-11a^3b^2$

Para sumar los monomios semejantes de signos diferentes se hace los siguiente:

a) Se suman separadamente los monomios positivos y negativos.

$(2\ a^2) + (-7\ a^2) + (-3\ a^2) + (5\ a^2)= (2+5)\ a^2 - (\ 7+3)a^2 = 7\ a^2 - 10\ a^2$

b) Se resta el valor absoluto de los coeficientes y se escriben las literales con sus exponentes.

$7\ a^2 - 10\ a^2 = -\ 3\ a^2$

c) Se le da el signo del monomio de mayor valor absoluto.

Ejemplos:

1. $(-8a^3bc^3) + (15c^3bc^3)= (15–8)\ a^3bc^3$
$= 7a^3bc^3$

2. $(-3a^2\ b) + (5a^2\ b) + (\ 7a^2\ b) + (-2a^2\ b)= (5+7)a^2\ b - (3+2)\ a^2\ b = 12a^2\ b - 5\ a^2\ b$
$=7\ a^2\ b$

A continuación te proponemos ejercicios para comprobar tu conocimiento acerca de la suma de monomios.

1.- $5\ x\ y + 9\ x\ y + (-5\ x\ y)=$

2.- $2\ x^2\ y + 7x^2\ y + (-3x^2\ y) + 7x^2\ y =$

3.- $(-32\ a^3\ b^3) + 17a^3\ b^3 + 15a^3b^3 =$

4.- $3\ a^2b^2 + 6\ a^2b^2 + (-7\ a^2b^2) + (-5\ a^2b^2)=$

5.- $15\ a^2\ b^3 + (-8\ a^2\ b^3) + (-3\ a^2\ b^3\ )=$

Solución:

1. *9xy*
2. *13x2y*
3. *0*
4. *–3a2b2*
5. *4a2b3*